

Институт земного магнетизма ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова



**Применение спектрального анализа и цифровой фильтрации
для выявления аномальной приземной температуры**

Рождественский Дмитрий Борисович к.ф.-м.н.

Телегин Виктор Алексеевич. к.ф.-м.н. зав. Лаборатории

Михайлов Валерий Михайлович к. ф. -м. н.

Постановка задачи определения областей аномальных приземных температур методами цифровой фильтрации и спектрального анализа

Аномальная температура определяется как положительное или отрицательное отклонение от среднего для данного региона климатического (100-летнего) значения или по рекомендации ВМО за 30-летний период.

Прогноз аномальной приземной температуры осуществляется методами **цифровой фильтрации и спектрального анализа** по долгопериодным вариациям, с периодом более одного года.

Область аномальных температур определяется путем низкочастотной фильтрации длинного ряда (с 1854 по апрель 2023 г.) температурных наблюдений по Москве.

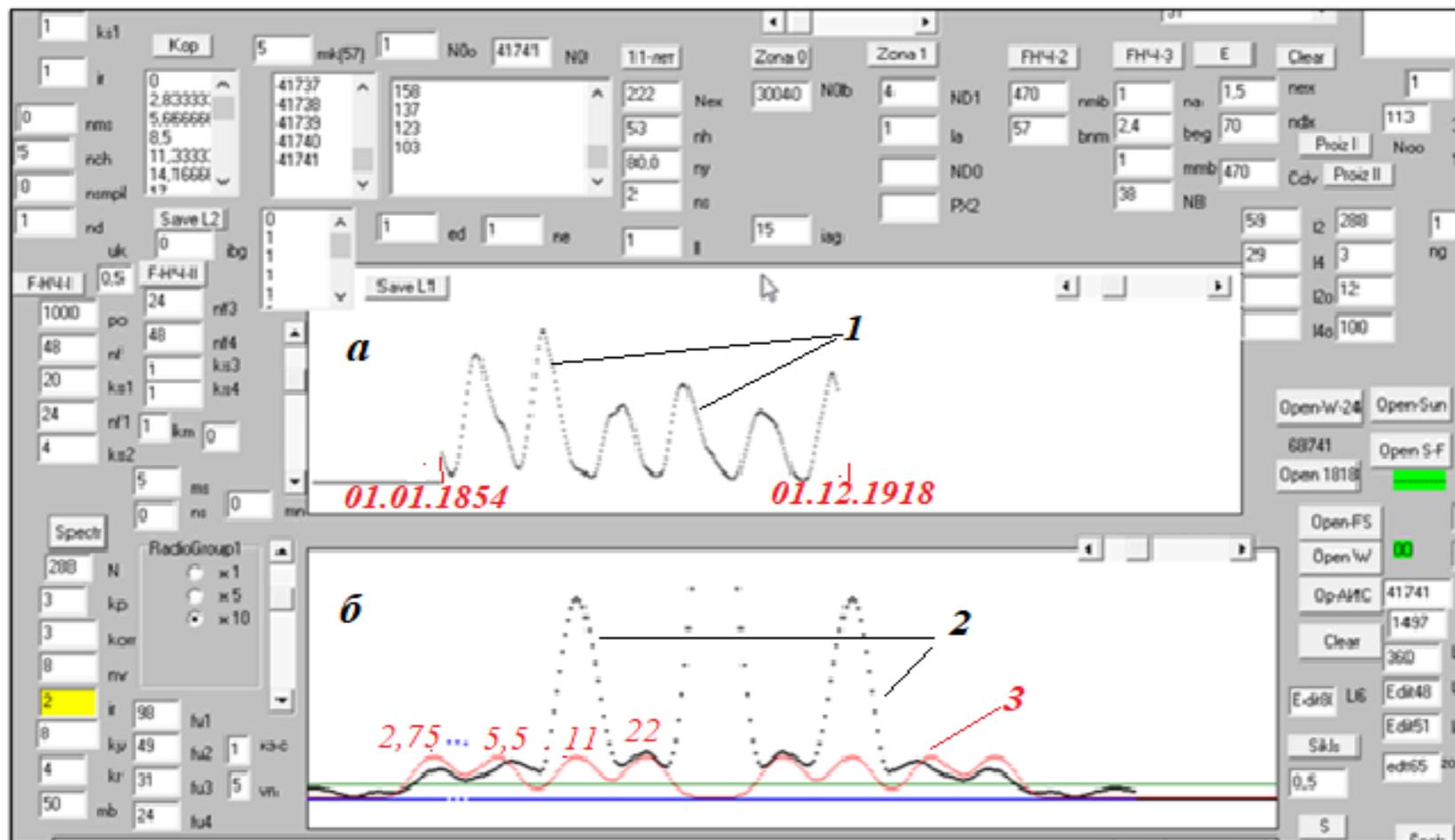
Спектр низкочастотной составляющей содержит вариации с периодом от одного года и более, вплоть до климатических.

Схема обработки и анализа данных методом цифровой фильтрации



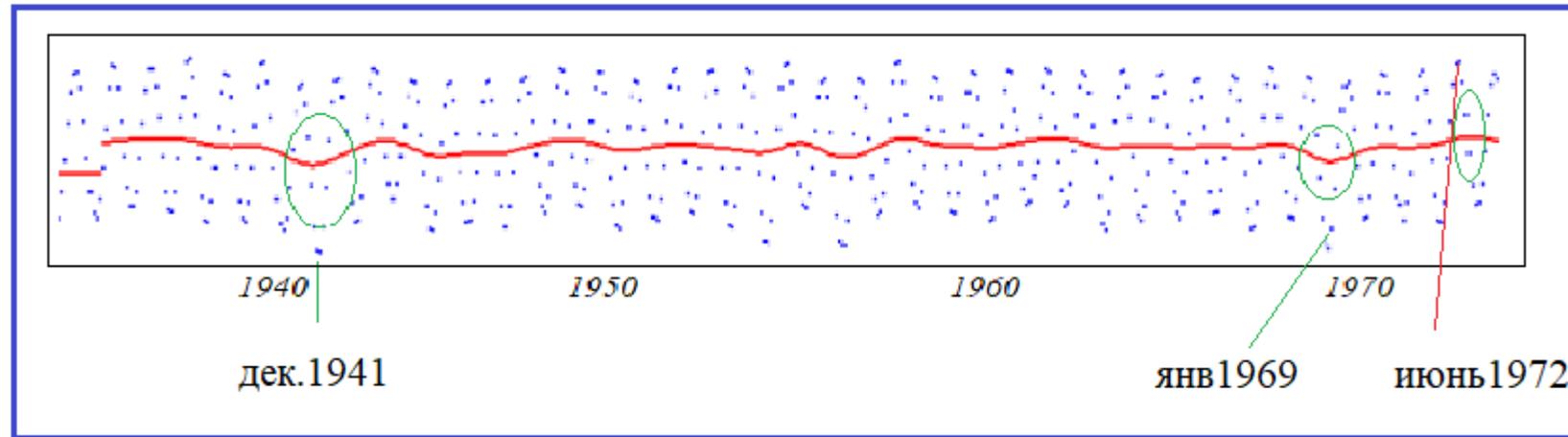
Система фильтров ($F1, F2, F3, F4$) формирует ряды составляющих исследуемых процессов для проведения спектрального анализа и выделения областей аномальных значений температуры на фоне солнечной активности.

Панель управления вычислительным комплексом.



Слева расположены окна фильтров ФНФ-1, ФНФ-2 и коэффициентов фильтрации Два окна (а, б) служат для графического представления результатов. а –фрагмент одиннадцатилетней составляющей чисел Вольфа, , б – спектральные составляющие солнечной активности для того же временного интервала.

Выявление аномальных температур по низкочастотной составляющей приземной температуры за период 1940-1972 гг. на фоне годовой составляющей, выраженной через среднемесячные значения, отмеченные точками

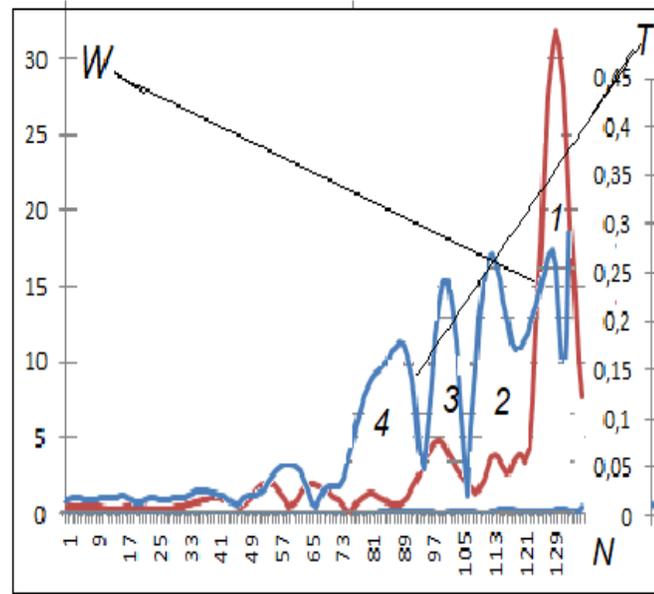
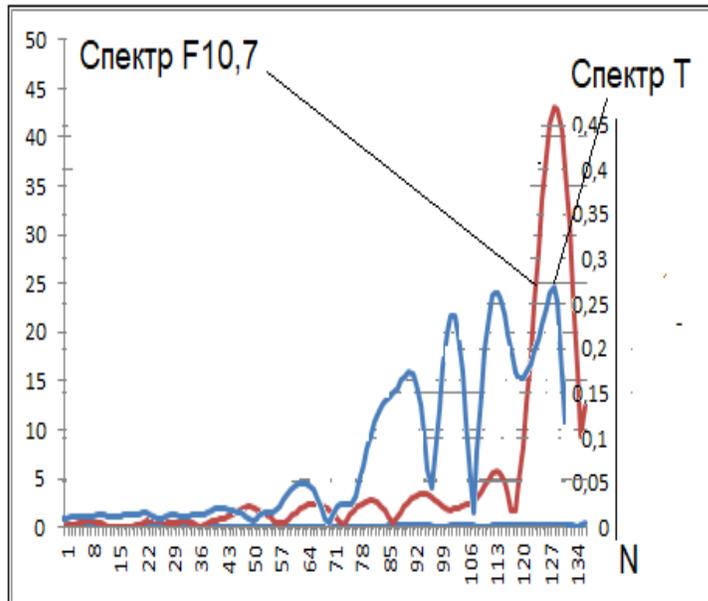


Зелеными эллипсами отмечены области аномальных температур зимой 1941-42 гг., зимой 1968-69 гг. и летом 1972. На вековой составляющей минимальное значение температуры приходится на зимний период, а максимальное значение - на летний период. Такое явление назовем синхронизацией фаз годовой и вековой температурных составляющих. При прогнозе аномальных температур будет учитываться синхронизация фаз.

Выявление аномальных составляющих приземной температуры

- Необходимым условием прогнозирования приземной температуры является ограниченность спектра данных наблюдения.
- Ограниченность спектра осуществляется с помощью двух цифровых фильтров нижних частот: цифровым фильтром Чебышева и фильтрацией в частотной области. Параметры фильтров выбираются для выделения составляющих с периодом более одного года.
- После предварительной фильтрации проводится спектральный анализ низкочастотных составляющих.
- В результате анализа получено, что температурный спектр состоит из двухлетних, трехлетних, пятилетних, 11-летних составляющих.
- Проведено сопоставление фазовых характеристик низкочастотной (или климатической) и годовой составляющих.
- Выявлены области возможных температурных аномалий по взаимному расположению фазовых характеристик годовой и низкочастотной составляющих.
- Наиболее отчетливо выявляются летние и зимние аномалии. Подтвердились аномально холодная зима 1941 г., 1968 г., и жаркое лето 1972 г.
- Исследования показали, что в результате операции скользящего среднего арифметического возникают искажения исходного процесса: 1) из-за паразитных полос пропускания выше частоты Найквиста, 2) температурные данные фиксируются один раз за период осреднения, что приводит к возникновению мимикрии частот. Согласно теореме Котельникова период осреднения определяется наличием не менее двух отсчетов на искомый период.

Сравнение спектров приземной температуры и солнечной активности отмечено хорошее согласие в спектрах .



Номер гармоник	1	2	3	4
W (год)	10,7	5,3	3,4	2,5
T (год)	10,0	4,9	3,0	2,3

На рис. и в таблице цифрами обозначены гармоники 11-летнего цикла (1, 2, 3, 4): Спектр приземной температуры (синий), коричневый – спектры чисел Вольфа W и излучения $F10.7$ см. Спектральные компоненты чисел Вольфа соответствуют 22-летнему, 11-летнему периодам, имеются также компоненты с периодами 5,5 и 2,75 года. Усредненная основная гармоника чисел Вольфа составляет 9,53 года, вторая - 4,9, третья - 3,17, четвертая - 2,19 года.

Результаты сравнения спектральных характеристик солнечной активности и приземной температуры

- Проведено сравнение спектральных характеристик солнечной активности и приземной температуры для одного и того же интервала времени: 1854- апрель 2023.гг. Сравнение спектральных характеристик солнечной активности (чисел Вольфа, потока 10,7 см.) и приземной температуры показывает их структурную идентичность. Наблюдаемое различие в значениях периодов обусловлено процессами, происходящими на Земле, например, «Эль-Ниньо», «блокирующий антициклон» и др. Области возможных аномальных явлений получены на среднемесячных значениях приземной температуры, чтобы получить амплитудные значения необходимо провести анализ среднесуточных или среднедекадных данных, т.к. средняя арифметическая оценка данных вносит искажение в реальный процесс.

- .

Метод прогноза аномальных составляющих приземной температуры

Модель наблюдаемого температурного процесса $y(n)$ представима в виде ряда Фурье:

$$y(n) = \sum_i V(t_n) \sin(\omega_i n + \phi_i)$$

где $V(t_n)$ -выделяющая функция,

- Огибающая отдельной составляющей процесса

$$F(\omega) = \frac{a_0}{4\omega_H} \left[e^{j\varphi_0} \frac{\sin\pi(2N+1)\frac{\omega_0-\omega}{2\omega_H}}{\sin\pi\frac{\omega_0-\omega}{2\omega_H}} + e^{-j\varphi_0} \frac{\sin\pi(2N+1)\frac{\omega_0+\omega}{2\omega_H}}{\sin\pi\frac{\omega_0+\omega}{2\omega_H}} \right]$$

Спектр огибающей позволяет определить процесс $y(n)$ как модулированный.

Для проведения прогнозирования процесс необходимо демодулировать.

Демодуляция осуществляется с помощью тригонометрического тождества.

$$a(t) \sin(\omega t) = a_0 \sin \Omega t \cdot \sin \omega t = a_0 [\sin(\omega + \Omega)t + \sin(\omega - \Omega)t]$$

Получаем демодулированный сигнал $a_0 \sin \omega t = \frac{a_0 [\sin(\omega + \Omega)t + \sin(\omega - \Omega)t]}{\sin \Omega t}$

Прогноз температурного ряда

В качестве алгоритма прогнозирования выбран ряд Тейлора. Условия прогнозирования: ряд должен быть непрерывным и иметь непрерывные производные n -го порядка.

Единичная прямоугольная функция заменяется функцией окна, имеющей ограниченный спектр

. Исходный процесс фильтруется в частотной области с использованием функции окна

Восстановление дискретных функций выполняется с помощью рядов Котельникова

Расчетные формулы для составления алгоритма прогнозирования

Выделяющая функция

$$v(d) = \sum_n^N b_n \frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}, \quad d = \frac{t}{\Delta \tau}$$

Ряд исходного ряда

$$y_i(d) = \sum_n^N y_i(n) b_n \frac{\sin \pi(d-n)}{\pi(d-n)}$$

Алгоритм восстановления

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_n^N y(n) b_n \sin \pi(d-n)}{\sum_n^N b_n \sin \pi(d-n)}$$

Интерполяция

$$\tilde{y}(d) = \frac{\sum_n^N y(n) b_n \sin \pi(d-n)}{\sum_n^N b_n \sin \pi(d-n)}$$

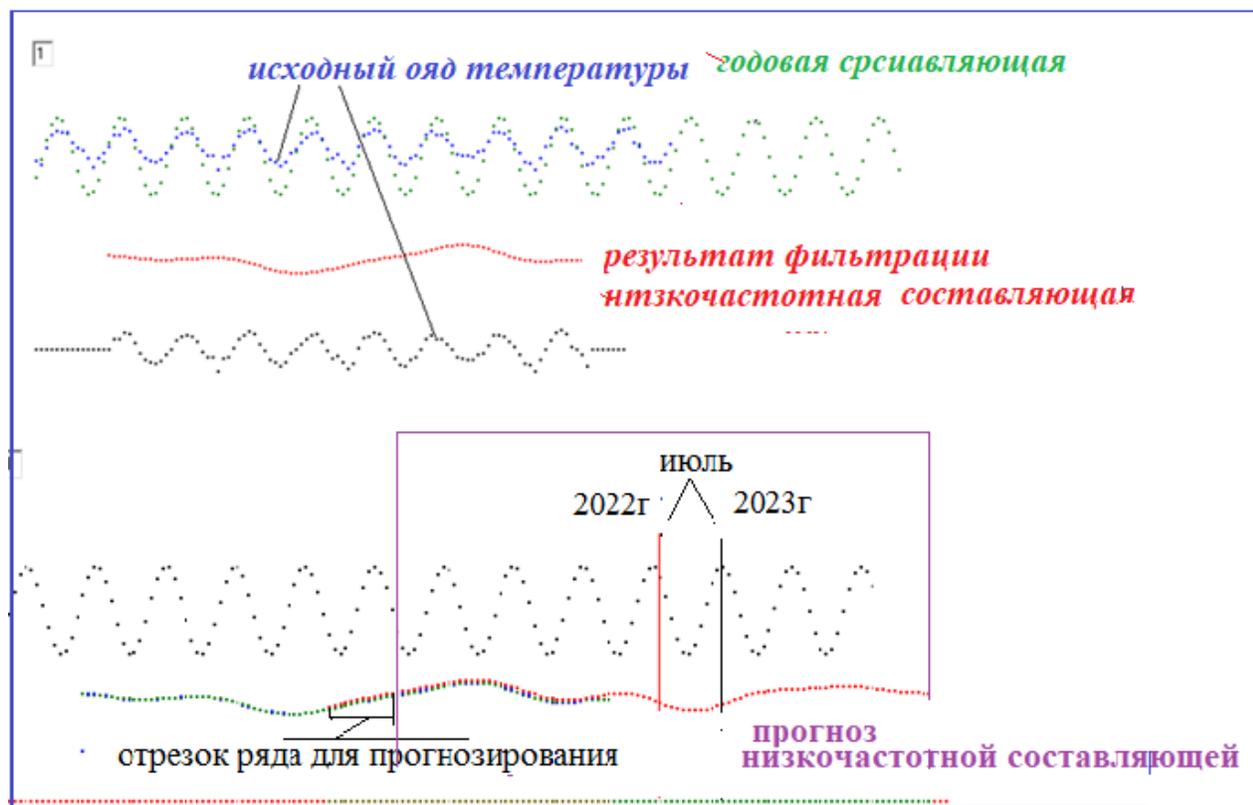
Расчет производной

$$y'(m) = \sum_{n=-N}^N [y(n) - y(m)] \frac{b_n}{b_m} \frac{(-1)^{(m-n)}}{m-n}$$

Экстраполяция

$$y_{\text{эк}}(d) = \frac{\sum_{n=-N}^N y(n) \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}{\sum_{n=-N}^N \frac{b_n}{d-n} (-1)^{d-n}}$$

Прогноз низкочастотной или климатической составляющей приземной температуры



Для долгосрочных прогнозов необходимо исследовать долгопериодные составляющие, полученные с помощью низкочастотной фильтрации, для чего необходимо исключить из наблюдаемого процесса высокочастотные составляющие. Фильтрация исходных данных с периодом отсечки 12 месяцев позволяет удалить годовую составляющую.

Прогноз низкочастотной составляющей на 2024-2025 года показывает незначительный рост, т.е. ближайшие два года ожидаются теплее 2022-2023 года, без аномальных явлений.

Выводы

Анализ спектра приземной температуры, полученного за тот же период времени по данным среднемесячных значений на станции Москва-Немчиновка, показал, что амплитуда низкочастотной составляющей значительно меньше суточных и годовых вариаций. Усредненная за весь рассматриваемый период основная гармоника равна примерно 10 годам, вторая - 4,83; третья - 3,0; четвертая - 2,25 года. На примерах анализа приземной температуры подтверждается, что долгопериодные составляющие атмосферы связаны с 11-летней активностью Солнца. Наличие стохастической составляющей в низкочастотных вариациях приземной температуры значительно усложняет решение задачи прогнозирования. Экстраполяция приземной температуры, основанная на методах демодуляции, позволяет наиболее адекватно прогнозировать низкочастотные составляющие приземной температуры. Таким образом, спектральный анализ и цифровая фильтрация являются эффективными методами для оперативного прогноза приземной температуры и аномальных явлений.

**Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения радиоволн им.
Н. В. Пушкова**



Благодарим за внимание